Алгебраически замкнутое поле K, аффинное $\mathbb{A}^n(K)$ и проективное $\mathbb{P}^n(K)$ пространство над полем K, главные открытые множества U_i $(0 \leq i \leq n)$. Топология Зарисского: аффинные, квазиаффинные, проективные, квазипроективные многообразия; проективное замыкание (гомогенизация многочленов), дегомогенизация. Квазикомпактность, нехаусдорфовость и нетеровость топологии Зарисского. Неприводимые многообразия; существование и единственность разложения в объединение неприводимых компонент; неприводимость гиперповерхности $\mathbb{V}(f)$ эквивалентна неприводимости задающего ее многочлена f; из неприводимости аффинного многообразия V следует неприводимость его проективного замыкания $\overline{V}$.

Теорема Гильберта о базисе и о нулях. Идеал многообразия $\mathbb{I}(V)$, однородный идеал, радикал идеала и радикальный идеал, теорема о соответствии радикальных идеалов и аффинных многообразий (аналог для проективных многообразий). Координатное кольцо $K[V]$ аффинного многообразия V, однородное координатное кольцо $K[V]$ проективного многообразия V. Поле функций $K(V)$ неприводимого аффинного (проективного) многообразия V; изоморфизм полей $K(V)$ и $K(\overline{V})$. Локальное кольцо $\mathcal{O}_W(V)$ и его максимальный идеал $\mathcal{M}_W(V)$ неприводимого подмногообразия W неприводимого многообразия V; изоморфизм колец $\mathcal{O}_W(V)$ и $\mathcal{O}_{\overline{W}}(\overline{V})$; изоморфизм полей $\mathcal{O}_W(V)/\mathcal{M}_W(V)$ и $K(W)$. Кольцо регулярных функций $\mathrm{Reg}_V(U)$ на открытом подмножестве U многообразия V. Теорема о том, что $\mathrm{Reg}_V(V) = K[V]$ ($\mathrm{Reg}_V(V) = K$) для неприводимого аффинного (проективного) многообразия V. Область определения $D(f)$ рациональной функции f на неприводимом квазипроективном многообразии открыта и непуста.

Рациональные отображения (морфизмы), действующие в аффинное (проективное) пространство; отображения, регулярные в точке и на многообразии; непрерывность регулярного отображения; образ неприводимого многообразия под действием регулярного отображения неприводим (в топологии следов). Доминантные отображения и накрытия; эндоморфизм Фробениуса, действующий на $\mathbb{F}_q$-рациональном многообразии; обратное к нему отображение не является рациональным. Теорема о биективном соответствии между морфизмами $\phi\colon V \to W$ аффинных многообразий V и W и гомоморфизмами $\phi^*\colon K[W] \to K[V]$ их координатных колец; доминантным морфизмам соответствуют мономорфизмы. Теорема о биективном соответствии между рациональными доминантными отображениями $\phi\colon V \to W$ квазипроективных неприводимых многообразий V и W и гомоморфизмами $\phi^*\colon K(W) \to K(V)$ их полей функций. Степень $\deg(\phi)$ доминантного рационального отображения ϕ, сепарабельные отображения. Если V и W неприводимые квазипроективные многообразия одинаковой размерности, а отображение $\phi\colon V \to W$ доминантно и регулярно, то его степень конечна. Изоморфизмы (бирегулярные), бирациональные изоморфизмы, рациональные и унирациональные многообразия. Теорема о том, что не существует аффинного неприводимого многообразия, отличного от точки и изоморфного проективному многообразию.

Трансцендентные и алгебраические элементы, (чисто) трансцендентное и алгебраическое расширение, алгебраическая зависимость и независимость элементов, степень (базис) трансцендентности, длина идеала. Размерность (коразмерность) неприводимого многообразия по Круллю, в топологическом смысле и как мощность базиса трансцендентности; размерность приводимого многообразия. Лемма о том, что конечные множества это в точности многообразия размерности 0. Определение кривых, поверхностей и трифолдов. Размерность аффинного $\mathbb{A}^n(K)$ (проективного $\mathbb{P}^n(K)$) пространства равна n. Если коразмерность каждой неприводимой компоненты многообразия V равна 1, то V является гиперповерхностью, и наоборот. Если V неприводимо, то из условия $W \subsetneq V$, следует, что $\dim W < \dim V$.

Произведения аффинных и квазиаффинных многообразий. Теорема о том, что координатное кольцо $K[V \times W]$ двух аффинных многообразий V и W изоморфно тензорному произведению $K[V] \otimes K[W]$ над полем K. Мультипроективные пространства $\mathbb{P}^{i_1} \times \cdots \times \mathbb{P}^{i_n} \times \mathbb{A}^j$; лемма о том, что пространство $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ неизоморфно, но бирационально изоморфно проективной плоскости $\mathbb{P}^2$. Биформы и их бистепени, вложение Сегре, обратное к нему, многообразия Сегре (в частности, квадрика Сегре). Произведение неприводимых квазипроективных многообразий неприводимо. Размерность $\dim(V \times W)$ двух квазипроективных многообразий равна $\dim V + \dim W$.

Совершенное поле K; K-рациональные многообразия; K-топология Зарисского; множество K-рациональных точек $V(K)$ многообразия K; K-рациональные функции и отображения. Теорема о гомеоморфности эндоморфизма Фробениуса в случае $\mathbb{F}_q$-топологии Зарисского, но не в случае $\overline{\mathbb{F}_q}$-топологии Зарисского. Абсолютная группа Галуа поля K, действие этой группы на точки K-рационального многообразия, сопряженные и замкнутые точки, степень точки и лемма о ее конечности. Автоморфизм Фробениуса расширения $\overline{\mathbb{F}_q}/\mathbb{F}_q$ порождает абсолютную группу Галуа поля $\mathbb{F}_q$. Теорема Шмидта, неправильность этой теоремы для поля $\mathbb{Q}$.

Список литературы

[1] Влэдуц С. Г., Ногин Д. Ю., Цфасман М. А. Алгеброгеометрические коды. Основные понятия. — М.: МЦНМО, 2003. 503 с.

[2] Шафаревич И. Р. Основы алгебраической геометрии. — М.: МЦНМО, 2007. 589 с.