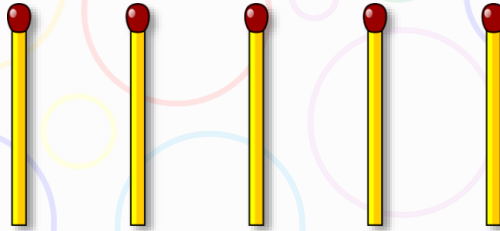


Порция 6

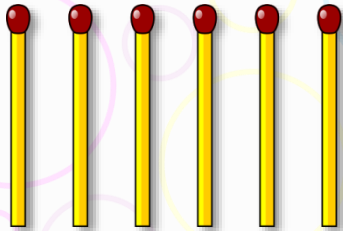
1. Как можно съесть слона?
2. На что похожа половина яблока?
3. Кто воет вдвое громче, чем собака?
4. Найдите, чему равна сумма n дробей ряда:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$$

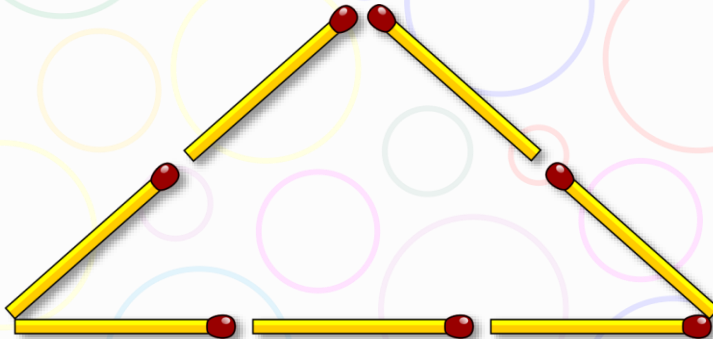
5. Докажите, что произведение четырёх последовательных натуральных чисел не может быть полным квадратом.
6. Из 5 спичек сделайте настенные часы с маятником.



7. Из 6 спичек составьте 4 равных равносторонних треугольника, лежащих в одной плоскости.



8. Из 7 спичек построен большой равносторонний треугольник. Сложите из этих спичек 3 правильных треугольника.



Ответы

1. По частям.
2. На вторую половину.
3. Две собаки.
4. Заметим, что

$$\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

Можно предположить, что для n слагаемых сумма равна:

$$\frac{n}{n+1}$$

Строгое математическое доказательство подтверждает нашу догадку. Но так как эта задача предлагается как задание на сообразительность, то нам достаточно догадки.

5. Произведение четырёх последовательных натуральных чисел равно:

$$n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n + 3)$$

Вот здесь нужна догадка! Сгруппируем сомножители так:

$$n \cdot (n + 3) \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$$

Теперь перемножим их попарно:

$$(n^2 + 3n) \cdot (n^2 + 3n + 2)$$

Выражения в скобках отличаются только последним слагаемым. Продолжаем преобразования:

$$((n^2 + 3n + 1) - 1) \cdot ((n^2 + 3n + 1) + 1)$$

Одинаковые части выражений выделены **красным** цветом.

Легко заметить, что последнее выражение равно разности квадратов:

$$(n^2 + 3n + 1)^2 - 1$$

Выражение в скобках – это полный квадрат, но из него ещё вычитается 1. Это значит, что произведение четырёх последовательных натуральных чисел всегда на 1 меньше полного квадрата.

Например:

$$n = 1 \rightarrow 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 + 1 = 25 = 5^2$$

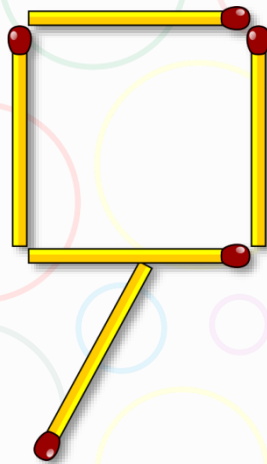
$$n = 2 \rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 + 1 = 121 = 11^2$$

$$n = 3 \rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 360 + 1 = 361 = 19^2$$

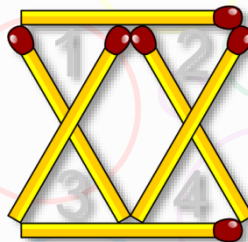
...

В принципе, можно брать произведения любых последовательных целых чисел, а не только натуральных.

6. Часы с маятником – и всего из 5 спичек!



7. Всё точно!



8. Три равносторонних треугольника:

